

Aufgabe 1:

- (i) Zeige $f(X) := X^3 + 10X + 5 \in \mathbb{Q}[X]$ ist irreduzibel.
(in der VL bereits gelöst)
- (ii) Ist $f(X)$ irreduzibel über $\mathbb{Z}_3[X]$?
- (iii) Sei $\alpha \in \mathbb{C}$ Nullstelle von $f(X)$ in $\mathbb{Q}[X]$.
- (iv) Bestimme die Basis von $[\mathbb{Q}[\alpha] : \mathbb{Q}]$
- (v) Gilt $3\alpha^3 + \alpha + 1 = 2\alpha^2 + 5$ (in $\mathbb{Q}[X]$) ?
- (vi) Ist α^2 zu $1 + \alpha$ multiplikativ invers?
- (vii) Stelle $f(X) \in \mathbb{Z}_3[X]$ als Produkt irreduzibler Polynome in $\mathbb{Z}_3[X]$ dar.